

תרגיל 6 תשע"ה: סטיות מיעילות הנגרמות על-ידי מוצר ציבורי

שאלה 1

הנח שקיימים שני מצרכים, מצרך פרטי X ומצרך ציבורי טהור G . מחיר שני המצרכים שווה ל-1. במשק קיימים 2 צרכנים. פונקציות התועלת של הצרכנים והכנסותיהם נתונות להלן:

• צרכן 1: פונקציית תועלת - $u^1(G, x_1) = \ln G + \ln x_1$, הכנסה -

$$m_1 = 12$$

• צרכן 2: פונקציית תועלת - $u^2(G, x_2) = 2 \ln G + \ln x_2$, הכנסה -

$$m_2 = 15$$

- א. נסח את תנאי סמואלסון ליעילות בנתוני השאלה.
- ב. נסמן את הכמות שצרכן i בוחר לרכוש מהמוצר הציבורי ב- g_i .
חשב את g_1 האופטימאלי מבחינתו של צרכן 1, בהנחה ש- $g_2 = 9$.
- ג. חשב את g_1 האופטימאלי מבחינתו של צרכן 1 לכל g_2 .
- ד. חשב את g_2 האופטימאלי מבחינתו של צרכן 2 לכל g_1 .
- ה. חשב מהי הכמות המסופקת מהמוצר הציבורי, בהנחה שהמוצר הציבורי מסופק באמצעות מנגנון דמוי שוק תחרותי. נזכיר כי במסגרת מנגנון זה, כל צרכן מחליט כמה לרכוש מהמוצר הציבורי, כאשר הוא מתייחס למחירי המוצרים ולכמויות הנרכשות על-ידי שאר הצרכנים כנתונים. במקרה כזה, הכמות המסופקת מהמוצר הציבורי היא סך כל הכמויות הנרכשות על-ידי כלל הפרטים.
- ו. על בסיס תשובותיך לסעיפים הקודמים, האם המנגנון דמוי שוק תחרותי מביא לבחירה בהקצאה יעילה?
- ז. חווה דעתך על הטענה: "בנתוני השאלה 'הכמות היעילה מהמוצר הציבורי' אינה יחידה".

שאלה 2

הנח שקיימים שני מצרכים, מצרך פרטי X ומצרך ציבורי טהור G . מחיר שני המצרכים שווה ל-1. במשק קיימים 2 צרכנים. פונקציות התועלת של הצרכנים והכנסותיהם נתונות להלן:

• צרכן 1: פונקציית תועלת - $u^1(G, x_1) = 3 \ln G + x_1$, הכנסה -

$$m_1 = 9$$

• צרכן 2: פונקציית תועלת - $u^2(G, x_2) = 5 \ln G + x_2$, הכנסה -

$$m_2 = 15$$

- א. נסח את תנאי סמואלסון ליעילות בנתוני השאלה.

- ב. נסמן את הכמות שצרכן i בוחר לרכוש מהמוצר הציבורי ב- g_i .
 חשב את g_1 האופטימאלי מבחינתו של צרכן 1, לכל g_2 . לאור התשובה הכללית, פרט את תשובתך בשני המקרים הבאים:

• בהנחה ש- $g_2 = 1$

• בהנחה ש- $g_2 = 4$

- ג. חשב את g_2 האופטימאלי מבחינתו של צרכן 2 לכל g_1 .
 ד. חשב מהי הכמות המסופקת מהמוצר הציבורי, בהנחה שהמוצר הציבורי מסופק באמצעות מנגנון דמוי שוק תחרותי.
 ה. על בסיס תשובותיך לסעיפים הקודמים, האם המנגנון דמוי השוק התחרותי מביא לבחירה בהקצאה יעילה?
 ו. האם וכיצד משתנה תשובתך לסעיפים הקודמים, במקרה שהכנסתו של כל צרכן גדלה ב-100%?

שאלה 3

- הנח שקיימים שני מצרכים, מצרך פרטי X ומצרך ציבורי טהור G . מחיר שני המצרכים שווה ל-1. במשק קיימים 2 צרכנים זהים בהכנסתם השווה ל-96 ובהעדפותיהם. פונקציית התועלת המייצגת את יחס ההעדפה של צרכן i היא $u^i(G, x_i) = G^2 \cdot x_i$.
 א. נסח את תנאי סמואלסון ליעילות בנתוני השאלה.
 ב. חשב מהי הכמות המסופקת מהמוצר הציבורי, בהנחה שהמוצר הציבורי מסופק באמצעות מנגנון דמוי שוק תחרותי.
 ג. חומרת בעיית הטרמפיסט ניתנת למדידה על-ידי היחס G^e/G^* , כאשר G^e מציין את הכמות היעילה מהמוצר הציבורי ו- G^* מציין את הכמות המסופקת מהמוצר הציבורי בשיווי-משקל. על-פי תשובותיך לסעיפים א ו-ב' חשב את חומרת בעיית הטרמפיסט.
 ד. כיצד משתנה חומרת בעיית הטרמפיסט בכל אחד מהמקרים הבאים:

- הכנסת צרכן 1 קטנה, הכנסת צרכן 2 גדלה, אך סך הכנסות הצרכנים נותר זהה. (לגבי תנאי סמואלסון – פתור באופן כללי, לגבי הכמות המסופקת בהינתן מנגנון דמוי שוק תחרותי פתור למקרה בו הכנסת צרכן 1 קטנה ב-18 ואילו הכנסת צרכן 2 גדלה ב-18)
- הכנסות שני הצרכנים גדלות באותו שיעור
- מספר הצרכנים גדל (פתור למקרה הכללי בו קיימים n צרכנים)

שאלה 4

- הנח שקיימים שני מצרכים, מצרך פרטי X ומצרך ציבורי טהור G . מחיר שני המצרכים שווה ל-1. במשק קיימים n צרכנים. העדפות של הצרכנים קמורות ממש לראשית. ידוע כי הספקת המוצר

הציבורי באמצעות מנגנון דמוי שוק תחרותי מובילה לשיווי-משקל בו כל הפרטים בוחרים בכמויות חיוביות מהמוצר הציבורי: $g_1^* > 0, g_2^* > 0, \dots, g_n^* > 0$.

חוזה דעתך על הטענה: "ייתכן כי בשיווי-משקל כמות המוצר הציבורי היא יעילה"