

תרגיל 5 תשע"ה: סטיות מיעילות הנגרמות על-ידי השפעות חיצוניות

שאלה 1

א. תשובה:

צרכן 1: נהנה משני מצרכים c_1 ו- s_1 . פונקצית התועלת שלו קוואזי ליניארית עם עקומות אדישות קמורות ממש. הסל האופטימלי מתקבל בנקודת השקה:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MRS_{c_1, s_1}^1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{12\sqrt{s_1}}\right)} = 1 = \frac{p_c}{p_s} \\ c_1 + s_1 = 10 \end{cases} \quad \boxed{s_1^* = \frac{1}{144}, c_1^* = 9\frac{143}{144}}$$

צרכן 2: נהנה מצריכת c_2 וסובל מעישון הסיגריות של צרכן 1 s_1 (צרכן 2 צריך להחליט כמה לצרוך מ- c_2 (ההחלטה על s_1 נתונה לצרכן 1 בלבד). מאחר שזהו המצרך היחיד ממנו הוא נהנה, הוא יוציא את כל הכנסתו לצריכת מצרך זה, כלומר: $\boxed{c_2^* = 10}$

ב. תשובה: כמויות הצריכה היעילות מתקבלות על-ידי תנאי סמואלסון ביחס למצרך שיוצר את

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12\sqrt{s_1}} - \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{\partial u_1}{\partial s_1} + \frac{\partial u_2}{\partial s_1} = p_s^1: s_1 \text{ במקרה זה}$$

$$\boxed{s_1^e = \frac{1}{324}}$$

כלומר, ההשפעה החיצונית השלילית שיוצר העישון מחייבת את הקטנת היקף העישון בפתרון יעיל ביחס לזה שמתקבל בשיווי-משקל תחרותי.

על-פי משוואות התקציב של הצרכנים נקבל כי $c_2 = 10$, $c_1 = 9\frac{323}{324}$.

ג. תשובה: הטלת מס בגודל t ש"ח ליחידה מעלה את מחיר הסיגריות לצרכן ל- $p_s = 1+t$. אנו מעוניינים למצוא t עבורו כמות הסיגריות שצורך צרכן 1 במסגרת הסל האופטימלי שלו תהיה:

$$s_1^* = s_1^e = \frac{1}{324}. \text{ לצורך זה ניעזר בתנאי ההשקה בו השתמשנו בסעיף א':}$$

$$\boxed{t = \frac{1}{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} MRS_{c_1, s_1}^1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{12\sqrt{s_1}}\right)} = \frac{1}{1+t} = \frac{p_c}{p_s} \\ c_1 + s_1 = 10 \end{cases}$$

$s_1 = 1/324$ נציב

¹ יש לשים לב, כי תנאי זה נוסח עבור פונקציות תועלת קוואזי-ליניאריות, ואכן פונקציות התועלת של שני הצרכנים מקיימות תנאי זה.

שאלה 2

א. **תשובה:** תזכורת – תכונת היריבות מתקיימת עבור מצרך y_j (מצרך Y שצורך צרכן j) אם עבור כל

$$\text{צרכן אחר } i \neq j \text{ מתקיים כי: } \frac{\partial u_i}{\partial y_j} = 0.$$

הבהרה: באופן כללי, אנו בודקים מה ניתן לקבוע על סמך נתוני השאלה ללא נתונים נוספים (לדוגמה, כתוב בשאלה כי "שכן 2 נהנה מרמת הגינון בגינתו ומרמת הצריכה שלו משאר המצרכים", כלומר מ- x_2 ומ- y_2 . מאחר שלא נתון במפורש שהוא נהנה מ- x_1 ומ- y_1 , אנו מניחים בהתאם כי הוא אינו נהנה ממצרכים אלה).

בטבלה הבאה נבחנים המצרכים הנדונים בשאלה:

מצרך	בדיקה	מסקנה
x_1	מאחר ששכן 2 אינו נהנה מרמת הגינון של שכן 1, אנו מסיקים כי: $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0$	x_1 מקיים את תכונת היריבות
x_2	מאחר ששכן 1 נהנה מרמת הגינון של שכן 2, אנו מסיקים כי: $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} > 0$	x_2 אינו מקיים את תכונת היריבות
y_1	מאחר ששכן 2 אינו נהנה מרמת הצריכה של שכן 1, אנו מסיקים כי: $\frac{\partial u_2}{\partial y_1} = 0$	y_1 מקיים את תכונת היריבות
y_2	מאחר ששכן 1 אינו נהנה מרמת הצריכה של שכן 2, אנו מסיקים כי: $\frac{\partial u_1}{\partial y_2} = 0$	y_2 מקיים את תכונת היריבות

ב. **תשובה:** תזכורת – תכונת המניעה מתקיימת עבור מצרך y אם עבור כל צרכן אחר j מתקיים כי:

$$p_y > 0. \text{ במילים אחרות, הצרכן נדרש לשלם עבור כל כמות הצריכה שלו מכל אחד מהמצרכים.}$$

בטבלה הבאה נבחנים המצרכים הנדונים בשאלה:

מצרך	בדיקה	מסקנה
x	צרכן 1 נהנה מ- x_2 למרות שאינו נדרש לשלם תמורתו.	x אינו ניתן למניעה (לפחות באופן חלקי)

y	כל אחד מהשכנים משלם על כמות ה- y שהוא עצמו צורך ונהנה רק ממנה.	y מקיים את תכונת המניעה
-----	---	---------------------------

שאלה 3

א. **תשובה:** בשיווי-משקל כל יצרן ממקסם את הרווח שלו

$$\pi_x = p_x \cdot x - TC_x = 50x - x^2$$

יצרן X (מפעל "אורטל"):

תנאי סדר ראשון למקסימום רווח:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2x = 0 \Rightarrow \boxed{x^* = 25 \Rightarrow z^* = 50}$$

$$\pi_y = p_y \cdot y - TC_y = 10y - (y^2 + z) \quad \text{יצרן Y (מכבסת "האחים")}: \quad \pi_y = p_y \cdot y - TC_y = 10y - (y^2 + z)$$

$$\frac{\partial \pi_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow 10 - 2y = 0 \Rightarrow y^* = 5 \quad \text{תנאי סדר ראשון למקסימום רווח:}$$

ב. **תשובה:** הרכב הייצור האופטימאלי מביא למיקסום את סכום רווחי היצרנים:

$$\pi_x + \pi_y = 50x + 10y - x^2 - (y^2 + z)$$

נציב: $z = 2x$ ונקבל:

$$\pi_x + \pi_y = 50x + 10y - x^2 - (y^2 + 2x)$$

נגזור את תנאי סדר ראשון:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\pi_x + \pi_y)}{\partial x} = 0 &\Rightarrow 50 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^e = 24 \Rightarrow z^e = 48 \\ \frac{\partial(\pi_x + \pi_y)}{\partial y} = 0 &\Rightarrow 10 - 2y = 0 \Rightarrow y^e = 24 \end{aligned}$$

כלומר, בהרכב ייצור אופטימאלי, הכמות המיוצרת של X קטנה מהכמות התחרותית בשל ההשפעות החיצוניות הנגרמות במהלך ייצורו.

ג. **תשובה:** להלן ניתוח כל אחד מהמקרים:

- המכבסה תשלם למפעל "אורטל" d ש"ח על כל יחידת זיהום שימנע מלפלוט

לאור זאת, הרווח של יצרן X (מפעל "אורטל") הוא:

$$\pi_x = 50x - x^2 + (50 - z) \cdot d$$

נציב $z = 2x$ ונקבל:

$$\pi_x = 50x - x^2 + (50 - 2x) \cdot d$$

תנאי סדר ראשון למקסימום רווח:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2x - 2d = 0$$

נציב את התוצאה הרצויה $x^e = 24$ ונקבל:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2 \cdot 24 - 2d = 0 \Rightarrow d = 1$$

נעיר, כי מתן הסובסידיה ליצרן Y (המכבסה), אמנם משנה את סך רווחיו אך אינה משפיעה על הכמות שבוחר לייצר.

- מפעל "אורטל" יעניק למכבסה סובסידיה של s ש"ח לכל יחידת זיהום שיפלוט – בשל

הנזק שהוא מסב לה

לאור זאת, הרווח של יצרן X (מפעל "אורטל") הוא:

$$\pi_x = 50x - x^2 - s \cdot z$$

נציב $z = 2x$ ונקבל:

$$\pi_x = 50x - x^2 - 2x \cdot s$$

תנאי סדר ראשון למקסימום רווח:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2x - 2s = 0$$

נציב את התוצאה הרצויה $x^e = 24$ ונקבל:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2 \cdot 24 - 2s = 0 \Rightarrow \boxed{s = 1}$$

נעיר גם במקרה זה כי מתן הסובסידיה ליצרן Y (המכבסה), אמנם משנה את סך רווחיו אך אינה משפיעה על הכמות שבוחר לייצר.

• הממשלה תטיל מס על ייצור X בגובה t ש"ח ליחידה

לאור זאת, הרווח של יצרן X (מפעל "אורטל") הוא:

$$\pi_x = 50x - x^2 - t \cdot x$$

תנאי סדר ראשון למקסימום רווח:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2x - t = 0$$

נציב את התוצאה הרצויה $x^e = 24$ ונקבל:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow 50 - 2 \cdot 24 - t = 0 \Rightarrow \boxed{t = 2}$$

שאלה 4

א. תשובה: מספר הסירות האופטימאלי ממקסם את סכום הרווחים

$$\sum_i \pi_i = b \cdot \pi_i = b \cdot (200 - 4b - 40)$$

תנאי סדר ראשון למקסימום:

$$\frac{\partial \sum_i \pi_i}{\partial b} = 0 \Rightarrow 200 - 8b - 40 = 0 \Rightarrow \boxed{b^e = 20}$$

ב. תשובה: בשיווי-משקל תחרותי, מתווספות סירות דיג עד למצב בו שווי התפוקה של סירה שווה

$$\text{לעלות שלה, כלומר: } 200 - 4b = 40 \Rightarrow \boxed{b^* = 40}$$

ג. תשובה: נסמן את גובה דמי הרישיון ב-T. מחיר הסירה לאחר קביעת דמי הרישיון שווה

ל- $40 + T$. כאמור, בשיווי-משקל מתווספות סירות דיג עד למצב בו שווי התפוקה של סירהשווה לעלות שלה – במצב החדש: $200 - 4b = 40 + T$.

$$\text{נציב את הכמות הרצויה של סירות } b^e = 20 \text{ ונקבל: } 200 - 4 \cdot 20 = 40 + T \Rightarrow \boxed{T = 80}$$

שאלה 5 (מרבית ברירה)

תשובה: 20 ש"ח ליחידה

שאלה 6 (מרבית ברירה)

תשובה: 400 פרות

שאלה 7 (מרבית ברירה)

תשובה: 1600 פרות