

אוניברסיטת בר-אילן

המחלקה לכלכלה

מבוא לסטטיסטיקה א' 05 – 03 – 01 – 153 – 66

שנה"ל תשע"ה, סמ' א', מועד א' - 10.02.2015

ועדת משמעת מזהירה

נבחן שיימצאו ברשותו חומרי עזר אסורים או ייתפס בהעתקה ייענש בחומרה עד כדי הרחקתו מהאוניברסיטה. אסור בתכלית האיסור להוציא את השאלון מחוץ לחדר הבחינה, להעתיקו, ולצלמו. נגד העובר על הוראה זו תוגש תלונה לוועדת משמעת. על פי הוראות הרקטור היציאה לשירותים אסורה. קיבלת שאלון, חובה עליך להיבחן להמתין חצי שעה. אסור לשוחח במהלך הבחינה. נא להישמע להוראות המשגיח/ה.

הנני מצהיר בזאת כי קראתי והבנתי את ההוראות הנ"ל וכי אין ברשותי כל חומר עזר האסור לשימוש. כל חומר - כולל מחשבון

חתימה:

ת"ז:

מרצים: גב' ש. רוזנווסר, ד"ר ש. אלון-עירון

משך הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר בשימוש: דף נוסחאות, מחשבון כיס מחברת לחישובים ודף מחקר

הערה: חלק מהשאלות מתייחסות לאותם הנתונים, מומלץ לפתור שאלות אלה בזו אחר זו

ב ה צ ל ה !

דף נוסחאות מבוא לסטטיסטיקה א' 153 – 66

סטטיסטיקה תיאורית

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} ; \quad \sum f_i = n$$

ממוצע:

$$\tilde{X} = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

חציון עבור n זוגי:

$$\tilde{X} = X_{\frac{n+1}{2}}$$

חציון עבור n אי זוגי:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

תחום (טווח):

$$P_i = L_i + \left(\frac{0.01iN - F_{(P_{i-1})}}{f_{(P_i)}} \right) R_{(P_i)} ; \quad P_1, P_2, \dots, P_{99}$$

מאונים:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

תחום בינרבעוני:

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum X_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2$$

שונות:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

סטייה יחסית (מקדם ההשתנות):

$$Z_X = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

ציון תקן:

קוד מבחן: 0 מספר תעודת זהות:

הסתברות

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} ; \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{חוקי דה-מורגן:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{הסתברות איחוד מאורעות:}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} , \quad P(B) > 0 \quad \text{הסתברות מותנה:}$$

$$P(A/B) = P(B) ; \quad P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad \text{A ו-B מאורעות בלתי תלויים אם ורק אם:}$$

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega \quad \text{יהיו } A_1, A_2, \dots, A_n \text{ מאורעות זרים המקיימים:}$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B/A_i)P(A_i) ; \quad P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B/A_i)P(A_i)} \quad \text{אזי נוסחת בייס ונוסחת ההסתברות השלמה:}$$

משתנים מקריים

$$E(X) = \mu = \sum X_i P(X_i) \quad \text{תוחלת:} ; \quad V(X) = \sigma^2 = E(X - EX)^2 = EX^2 - (EX)^2 \quad \text{שונות:}$$

$$E(aX + b) = aE(X) + b ; \quad V(aX + b) = a^2 V(X) \quad \text{נתונים הקבועים a ו-b אזי:}$$

משתנה מקרי דו מימדי

$$E(X/Y) = \sum X_i P(X_i/Y) \quad \text{תוחלת מותנת:}$$

$$E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y) \quad \text{תוחלת סכום מ"מ:}$$

שונות משותפת (covariance):

$$\text{cov}(X, Y) = E[X - E(X)][Y - E(Y)] = EXY - E(X)E(Y) = \sum_i \sum_j X_i Y_j P(X_i, Y_j) - E(X)E(Y)$$

$$V(aX \pm bY + c) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) \pm 2ab \text{Cov}(X, Y) \quad \text{שונות סכום משתנים מקריים:}$$

$$\text{cov}(aX + b, cY + d) = ac \text{Cov}(X, Y) ; \quad \text{cov}(X + Y, Z) = \text{cov}(X, Z) + \text{cov}(Y, Z) \quad \text{תכונות השונות המשותפת:}$$

משתנים מקריים בדידים מיוחדים

$$X \sim B(n, p) ; \quad P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} , \quad x = 0, 1, \dots, n ; \quad E(X) = np ; \quad V(X) = np(1-p) \quad \text{בינומי:}$$

$$X \sim G(p) ; P(X = x) = p(1 - p)^{x-1}, x = 1, 2, \dots, \infty ; E(X) = \frac{1}{p} ; V(X) = \frac{(1 - p)}{p^2} \quad \text{גיאומטרי:}$$

$$X \sim P(\lambda) ; P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \dots, \infty ; E(X) = \lambda ; V(X) = \lambda \quad \text{פואסוני:}$$

$$X \sim H(n, D, N) ; P(X = x) = \binom{D}{x} \binom{N - D}{n - x} \bigg/ \binom{N}{n} \quad \text{היפרגיאומטרי:}$$

קוד מבחן: 0 מספר תעודת זהות:

שאלה מספר 1

לגבי המאורעות A, B ו- C ידוע ש- $P(A) = 0.7, P(B) = 0.2, P(C) = 0.4$.

ידוע גם ש- $P(A \cap B) = 0.1$ וכן C בלתי תלוי ב- $\bar{A} \cap \bar{B}$.

חשבו את $P(A \cup B \cup C)$:

1. 0.88

2. 0.92

3. 0.12

4. 0.2

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 2

יאיר מנסה לפתור שתי חידות. הסיכוי שיפתור את החידה הראשונה הוא 0.25. אם פתר את הראשונה, הסיכוי

שיפתור גם את השנייה הוא 0.5, ואם לא פתר את הראשונה הסיכוי שיפתור את השנייה הוא 0.1.

מגדירים:

A - יאיר פתר את החידה הראשונה

B - יאיר פתר את החידה השנייה

מה נכון לומר?

1. A ו- B תלויים ולא זרים

2. A ו- B בלתי תלויים ולא זרים

3. A ו- B תלויים וזרים

4. A ו- B בלתי תלויים וזרים

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 3

X, Y הינם 2 משתנים מקריים בלתי תלויים. X מקבל את הערך 0 בהסתברות 0.25 ואת הערך 1 בהסתברות 0.75.

ואילו Y מקבל את הערך 0 בהסתברות 0.75 ואת הערך 1 בהסתברות 0.25.

מגדירים:

$$U = X + Y$$

$$W = X - Y$$

חשב את $\text{COV}(U, W)$

1. 0

2. 1

3. -1

4. 0.1875

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 4

מפלגה חדשה בוחרת 4 מועמדים באקראי, מתוך מאגר של 6 עיתונאים ו-8 אנשי צבא לשעבר. חשבו את ההסתברות

שנבחר יותר מעיתונאי אחד.

$$1. \frac{\binom{14}{4} - \binom{6}{1}\binom{8}{3} - \binom{8}{4}}{\binom{14}{4}}$$

$$2. \frac{\binom{6}{1}}{\binom{14}{4}}$$

$$3. \frac{\binom{6}{1}\binom{13}{3}}{\binom{14}{4}}$$

$$4. 1$$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 5

כאשר לקוח מגיע לדוכן הפלאפל "כדורי" יש סיכוי של $2/3$ שהמוכר בדוכן יכין לו את המנה, וסיכוי של $1/3$ שהמוכרת תכין את המנה. אם המוכר מכין את המנה ללקוח יש סיכוי של 0.5 שהפיתה תזל, ואם המוכרת מכינה את המנה יש סיכוי של 0.25 שהפיתה תזל. לקוחות מגיעים לדוכן בזה אחר זה. מה תוחלת מספר הלקוחות שיגיעו לדוכן עד שלמישהו תזל הפיתה?

$$1. 2.4$$

$$2. 2.5$$

$$3. 1.67$$

$$4. 1.71$$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 6

התייחס למחקר 1

מעוניינים לבדוק את הזמן שבילו במרכז קניות נשים וגברים. על סמך תרשים הקופסה המתאר את הממצאים, מה נכון לומר?

1. אם הזמן המינימלי שבילו נשים במרכז הקניות הוא m דקות, אזי לפחות 25% מהנשים בילו m דקות במרכז הקניות.

2. התפלגות הזמן שמבלים גברים במרכז הקניות א-סימטרית שלילית.

3. זמן הבילוי של הגברים במרכז הקניות נוטה להיות נמוך יותר מאשר אצל נשים, אבל מפוזר יותר.

4. התפלגות זמן הבילוי של נשים במרכז הקניות אחידה (בעלת פיזור אחיד).

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

קוד מבחן: 0 מספר תעודת זהות:

שאלה מספר 7

התייחס למחקר 2

מעוניינים לבדוק את המרחק במיילים שהלכו נשים וגברים במרכז קניות. על סמך הפלט הנתון, אילו מהטענות הבאות נכונות?

טענה א': בקבוצת הנשים אין תצפיות חריגות.

טענה ב': ציון התקן של הרבעון העליון אצל הנשים גבוה מציון התקן של הרבעון העליון אצל הגברים.

1. שתי הטענות נכונות

2. רק טענה ב' נכונה

3. רק טענה א' נכונה

4. אין מספיק נתונים בכדי לקבוע את נכונות הטענות

5. שתי הטענות אינן נכונות

שאלה מספר 8

בכד שלושה כדורים לבנים, שלושה שחורים ושלושה אדומים. מוציאים מהכד כדורים בזה אחר זה עד שהוצא כדור שצבעו כבר הופיע קודם. נגדיר משתנה מקרי X , מספר הכדורים שהוצאו. אזי התוחלת והשונות של X :

1. $E(X) = 3.07, V(X) = 0.566$

2. $E(X) = 3.07, V(X) = 0.7525$

3. $E(X) = 3.71, V(X) = 0.204$

4. $E(X) = 3.71, V(X) = 0.452$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 9

למבחן ניגשו 200 תלמידים. התברר כי התפלגות הציונים סימטרית, ונתון שהרבעון העליון הוא 80, והעשירון התחתון הוא 60. לוח השכיחויות חולק לחמישה תחומים שווים, מ-50 עד 100.

טענה א': מספר התלמידים שקיבלו ציון בין 70 ל-80 הוא 100.

טענה ב': ציון התקן של תלמיד שקיבל 100 שווה בערך מוחלט לציון התקן של תלמיד שקיבל 50.

טענה ג': התחום הבינרבעוני הוא 10.

1. שלוש הטענות נכונות

2. רק טענות א' ו-ב' נכונות

3. רק טענה ב' נכונה

4. רק טענות א' ו-ג' נכונות

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 10

למבחן ניגשו 200 תלמידים. התברר כי התפלגות הציונים סימטרית, ונתון שהרבעון העליון הוא 80, והעשירון התחתון הוא 60. לוח השכיחויות חולק לחמישה תחומים שווים, מ-50 עד 100. טענה א': אם ניתן לכל תלמיד פקטור של 10% התפלגות הציונים אחרי הפקטור תשאר סימטרית. טענה ב': במועד ב' ניגשו למבחן עוד 5 סטודנטים, שציוניהם: 55, 65, 75, 85, 95. אם נוסיף את 5 הציונים לקבוצה המקורית, הממוצע וסטיית התקן לא ישתנו.

1. שתי הטענות אינן נכונות
2. רק טענה א' נכונה
3. רק טענה ב' נכונה
4. אין מספיק נתונים בכדי לקבוע את נכונות הטענות
5. שתי הטענות נכונות

שאלה מספר 11

התפלגות הציונים בשלוש כיתות מקבילות הן התפלגויות אחידות (פיזור אחיד).

בכיתה 1: בין 60 ל-100

בכיתה 2: בין 58 ל-92

בכיתה 3: בין 52 ל-92

טענה א': סטיית התקן הקטנה ביותר של הציונים היא בכיתה 3

טענה ב': ציון התקן של תלמיד שקיבל 100 בכיתה 1 שונה מציון התקן של תלמיד שקיבל 92 בכיתה 3.

טענה ג': התחום הבינרבעוני בכיתה 2 הוא 17

1. רק טענה ג' נכונה
2. רק טענות ב' ו-ג' נכונות
3. רק טענה ב' נכונה
4. שלוש הטענות נכונות
5. אף אחת מהטענות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 12

נתונים שני משתנים מקריים, X ו- Y , כך שמתקיים: $V(X) = 8$, $V(Y) = 4$, $Cov(X, Y) = 5$.

אזי מקדם המתאם $\rho(X + 2Y, X - 2Y)$ הוא:

1. -0.603
2. 0
3. 0.603
4. 0.3666
5. אף אחת מהטענות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 13

מספר האנשים המגיעים למרפאת שיניים בשעות הבוקר מתפלג פואסונית עם תוחלת של שלושה אנשים לשעה, ומספר האנשים המגיעים למרפאה בשעות אחר הצהריים מתפלג פואסונית עם תוחלת של שני אנשים לשעה. ביום מסוים המרפאה הייתה פתוחה ארבע שעות בבוקר, ושעתיים אחר הצהריים. ביום זה הגיעו עשרה אנשים למרפאה. מה ההסתברות שאחר הצהריים הגיעו ארבעה אנשים?

$$1. \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^6$$

$$2. \frac{e^{-16} 16^4}{4!}$$

$$3. 1$$

$$4. \frac{e^{-4} 4^4}{4!} / \frac{e^{-16} 16^{10}}{10!}$$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 14

מספר האנשים המגיעים למרפאת שיניים בשעות אחר הצהריים מתפלג פואסונית עם תוחלת של שני אנשים לשעה. ביום מסוים המרפאה הייתה פתוחה שעתיים אחר הצהריים. המרפאה החליטה שתגייס רופא נוסף כאשר תראה יום שבו מגיעים אחת "צ", במשך השעתיים בהן פתוחה המרפאה, לפחות ארבעה אנשים. יהא X מספר הימים עד לגיוס רופא נוסף.

מהן תוחלת ושונות של X ?

$$1. E(X) = 1.765, V(X) = 1.35$$

$$2. E(X) = 2.264, V(X) = 0.245$$

$$3. E(X) = V(X) = 4$$

$$4. E(X) = 2.307, V(X) = 3.008$$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 15

מרצה כתב שני מבחנים, בכל מבחן שלוש שאלות.

במבחן א' - שתי שאלות קשות ואחת קלה. במבחן ב' - שאלה אחת קשה ושתי שאלות קלות.

המרצה נותן לכל תלמיד לבחור באופן מקרי מבחן, לקרוא מתוכו שאלה אחת באופן מקרי, ולהחליט אם להשאיר את המבחן או לבקש את המבחן השני.

תלמיד נקט במדיניות הבאה: אם השאלה קשה הוא יחליף את המבחן, ואם השאלה קלה הוא ישאר עם המבחן שבידו.

מהי ההסתברות שהתלמיד יענה בסופו של דבר על מבחן ב'?

$$1. 2/3$$

$$2. 1/3$$

$$3. 1/2$$

$$4. 1$$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 16

מרצה כתב שני מבחנים, בכל מבחן שלוש שאלות. במבחן א' - שתי שאלות קשות ואחת קלה. במבחן ב' - שאלה אחת קשה ושתי שאלות קלות.

המרצה נותן לכל תלמיד לבחור באופן מקרי מבחן, לקרוא מתוכו שאלה אחת באופן מקרי, ולהחליט אם להשאיר את המבחן או לבקש את המבחן השני.

תלמיד נקט במדיניות הבאה: אם השאלה קשה הוא יחליף את המבחן, ואם השאלה קלה הוא ישאר עם המבחן שבידו.

אם ידוע שהתלמיד ענה בסופו של דבר על מבחן א', מהי ההסתברות שקיבל מלכתחילה את מבחן א'?

1. $1/2$

2. $1/3$

3. $2/3$

4. $1/6$

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 17

מרצה כתב שני מבחנים, בכל מבחן שלוש שאלות. במבחן א' - שתי שאלות קשות ואחת קלה. במבחן ב' - שאלה אחת קשה ושתי שאלות קלות. ידוע שאם התלמיד יענה על מבחן א' יקבל ציון 60, ואם יענה על מבחן ב' יקבל ציון 90.

המרצה נותן לכל תלמיד לבחור באופן מקרי מבחן, להחליט אם לקרוא מתוכו שאלה אחת או שתיים באופן מקרי, ואז להחליט אם להשאיר את המבחן או לבקש את המבחן השני. אבל, על כל שאלה שמחליט התלמיד לקרוא מן המבחן יורדות לו 5 נקודות מהציון.

התלמיד שוקל שלוש שיטות פעולה:

שיטה 1: התלמיד לא יקרא אף שאלה ויפתור את המבחן אותו בחר באופן מקרי.

שיטה 2: התלמיד יקרא שאלה אחת מהמבחן שבחר באופן מקרי. אם השאלה קשה הוא יחליף את המבחן, ואם השאלה קלה הוא ישאר עם המבחן שבידו.

שיטה 3: התלמיד יקרא שתי שאלות מהמבחן שבחר באופן מקרי, ויחליף את המבחן רק אם שתי השאלות קשות.

באיזו מהשיטות הנ"ל כדאי לתלמיד לנקוט, אם הוא מעוניין בתוחלת ציון מקסימלית?

1. באחת מהשיטות 1 או 2

2. באחת מהשיטות 2 או 3

3. בשיטה 3

4. כל השיטות שקולות

5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה

שאלה מספר 18

זורקים קוביה פעמיים. נגדיר משתנים מקריים: X הערך הקטן יותר מבין שתי הזריקות, Y הערך הגדול יותר מבין שתי הזריקות (אם התקבלו שתי תוצאות זהות הערך הקטן והערך הגדול שווים).

טענה א': $E(X + Y) = 7$

טענה ב': $E(Y|X = 5) = 5.5$

טענה ג': $P(X = Y|X \geq 4) = 0.5$

1. רק טענה א' נכונה
2. רק טענות א' ו-ג' נכונות
3. כל הטענות נכונות
4. אף טענה אינה נכונה
5. אף אחת מהתשובות האחרות אינה נכונה