

## מבחן במתמטיקה לכלכלנים ב' 66-111

סמסטר ב' מועד ב', 6/10/2013 ב' חשון תשע"ד

מרצים: ד"ר שירי אלון, שרה רוזנווסר

משך הבחינה: שלוש שעות. חומר עזר: מחשבון

1. יש לחשב את הגבולות:

א. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \ln x - 1}{e^x - e}$$

ב. 
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x$$

ג. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{e^x + 2}{e^x} \right)^x$$

2. יש לחשב את האינטגרלים:

א. 
$$\int \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$$

ב. 
$$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$$

ג. 
$$\int \frac{x^2}{(x+2)(x+1)} dx$$

3. יש לחקור את הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  ולשרטט את הגרף שלה.

4. יש לחשב את נקודות המינימום, המקסימום והאוכף בפונקציה:

$$f(x, y) = 2 - 6xe^x - 3e^x y^2$$

5. נתונה פונקציה  $f(x, y)$  ב-2 משתנים, וידוע שהיא הומוגנית מדרגה 3. נתון:

$f_x(2, -1) = 3$ ,  $f(2, -1) = 4$ . יש לחשב את הביטויים הבאים:

א.  $f_x(8, -4) - 2f_y(4, -2)$

ב.  $f_{xx}(4, -2) + f_{xy}(-2, 1)$

ג.  $f_{xy}(4, -2) - f_{yy}(2, -1)$

6. יש לחוות דעה לגבי כל אחת מהטענות הבאות:

א. נתונה הפונקציה הסתומה  $zx - x^2y - xy^2 = 0$  אזי  $\frac{\partial z}{\partial x}$  בנקודה (1,2) שווה -2.

ב. נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$  כאשר  $x = e^{-t}$ ,  $y = e^t$ . אזי

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 1$$

ג. תהינה  $g, h$  פונקציות במשתנה אחד, ונגדיר:  $f(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right) + h\left(\frac{y}{x}\right)$ . אזי

$$x^2 f_{xx} + 2xy f_{xy} + y^2 f_{yy} = 0$$

ד. הגבול  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x^2-y^2}$  לא קיים.

$$\int_0^1 \int_0^y y dx dy = \int_0^1 \int_0^x y dy dx \quad \text{ה.}$$

**בהצלחה!**