

מבחן במתמטיקה לכלכלנים ב' 66-111

סמסטר ב' מועד א' תשע"ג

מרצים: ד"ר שירי אלון, שרה רוזנווסר

משך הבחינה: שלוש שעות. חומר עזר: מחשבון

1. חשב גבולות אלו:

א. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + e^{-x})^{e^{x+1}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

2. חשב אינטגרלים אלו:

א. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

ב. $\int \frac{x - x^2 + 1}{x^2(x-1)} dx$

ג. $\int_0^2 \frac{|x-1|}{x^2-1} dx$

3. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ ושרטט את הגרף שלה.

4. חשב את נקודות המינימום, המקסימום והאוכף בפונקציה:

$$f(x, y) = 3 \ln \frac{x}{6} + 2 \ln y + \ln(12 - x - y)$$

5. נתונה פונקציה $f(x, y)$ ב-2 משתנים ו- $g(t)$ במשתנה אחד, ידוע

$$g'(2.5) = 2, \quad g(2.5) = 4, \quad f(x, y) = x^3 g\left(\frac{x+y}{x} + \frac{y}{x+y}\right)$$

א. האם f הומוגנית? אם כן, באיזו דרגה?

ב. חשב f_x בנקודה $(1, 1)$

ג. חשב $x^2 f_{xx} + 2xy f_{xy} + y^2 f_{yy}$ בנקודה $(1, 1)$

6. חווה דעתך על כל אחת מהטענות הבאות:

א. הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ לא קיים

ב. $f(x, y)$ הומוגנית מדרגה 1, אזי מתקיים:

$$f(1,1) = f_x(2,2) + f_y(2,2) \quad (1)$$

$$f_{xx}(a, a) - f_{yy}(a, a) = 0 \quad \text{עבור } a \neq 0 \quad (2)$$

ג. נתונה הפונקציה הסתומה $z^3 + zx - y = 0$ אזי $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

ד. $g(x, y)$ פונקציה הומוגנית מדרגה 2 נגדיר $h(x, y) = \ln[g(x, y)]$ אזי h_{xx} אינה פונקציה הומוגנית.

$$\int_0^1 \int_0^y dx dy = \int_0^1 \int_x^1 dy dx \quad \text{ה.}$$

בהצלחה!